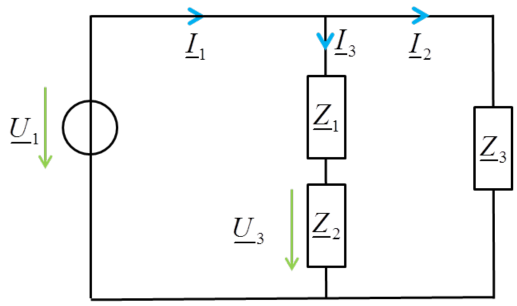
Sciences et technologies de l'électricité 2025 – Série 7

Exercice 1



Dans le circuit suivant nous avons :

$u_1(t) = 2\sqrt{2}\cos(6.28 \cdot 10^5 t)$ V; $\underline{Z_1} = 3 \cdot 10^3\ \Omega$; $\underline{Z_2} = j12.4 \cdot 10^2\ \Omega$; $\underline{Z_3} = -j2500\ \Omega$

1) Quel type de composant correspond aux impédances $\underline{Z_1}, \underline{Z_2}, \underline{Z_3}$? (sont-ils des résistances, condensateurs ou inductances)?
2) Calculez les valeurs correspondantes (R, L ou C) des trois éléments.
3) Calculez le courant $\underline{I_2}$.
4) Calculez le courant $\underline{I_3}$.
5) Représentez $\underline{I_2}$ et$\underline{I_3}$dans un diagramme de Fresnel. En déduire graphiquement la valeur efficace du courant délivré $\underline{I_1}$ et estimez son déphasage par rapport à la source de tension.

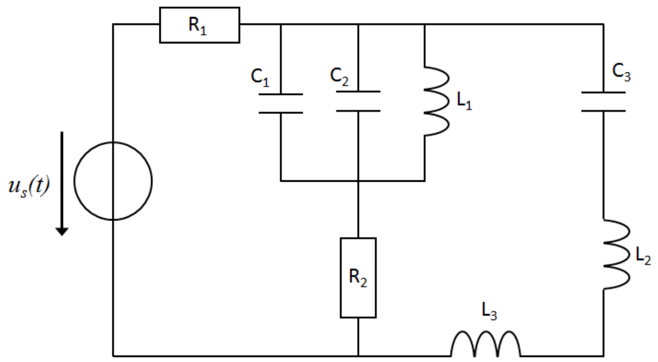
Exercice 2

Votre maison est équipée d'un ballon d'eau chaude sanitaire de 300 L, élevant la température de l'eau de 15°C à 65°C.

La masse volumique de l'eau est de 1 kg/L, et la chaleur massique de l'eau est C = 4.19 kJ/(kg.K)

1) Etant donné que la chaleur massique de l'eau est la quantité d'énergie à apporter par échange thermique pour élever *d'un degré* (°C ou K) la température *d'un kg* d'eau, calculez l'énergie thermique Q acquise par ces 300 L d'eau pour la chauffer de 15°C à 65°C. Exprimez-la en kWh.
2) Votre élément chauffant est sous une tension de 230 V et génère 1.5 kW. Quelle est la valeur de la résistance électrique de l'élément chauffant en supposant que celui-ci est purement résistif ?
3) Combien de temps faut-il à votre élément chauffant pour chauffer l'eau du ballon ?
4) Pour des soucis économiques de l'utilisateur, la durée de chauffe de l'eau du ballon doit être limitée à la durée des heures creuses soit 6 heures. Quelle devrait être la valeur de la résistance pour que la chauffe du ballon ne dure que 6 heures ?

Exercice 3



$R_1 = 4\ \Omega$
$R_2 = 4\ \Omega$
$C_1 = 100\ \mu F$
$C_2 = 100\ \mu F$
$C_3 = 500\ \mu F$
$L_1 = 20\ mH$
$L_2 = 15\ mH$
$L_3 = 15\ mH$
$u_s(t) = 24 \cos(20000t + 45°)$

1) Déterminez l'impédance équivalente vue pas la source de tension. Exprimez la sous forme algébrique et sous forme phaseur. Le circuit se comporte-t-il de manière inductive ou capacitive ? Justifiez votre réponse.

Aide: En tant qu'ingénieur, vous pouvez estimer *qu'une valeur peut être négligée* par rapport à une autre si elle est plus petite par au moins 2 ordres de grandeur. Donc simplifiez vos valeurs – l'idée n'est pas de vous faire faire des pages de calculs !

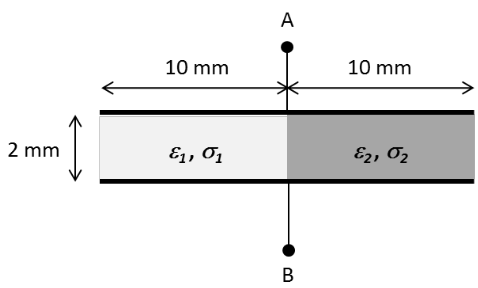
2) Exprimer la tension $u_s(t)$ sous forme phaseur crête.

3) Calculer le courant débité par la source de tension. L'exprimer sous forme algébrique et sous forme phaseur crête. Quel est le déphasage entre $u_s(t)$ et le courant qu'elle débite ?

4) Quelles sont les puissances complexe, active et réactive délivrées par la source ?

Exercice 4

Considérez le dipôle ci-dessous. Il se compose de deux électrodes carrées de dimensions 20 mm x 20 mm. Elles sont séparées de 2 mm. L'espace entre les électrodes est rempli de deux blocs de diélectriques différents (dimensions de chacun 20 mm x 10 mm x 2 mm).



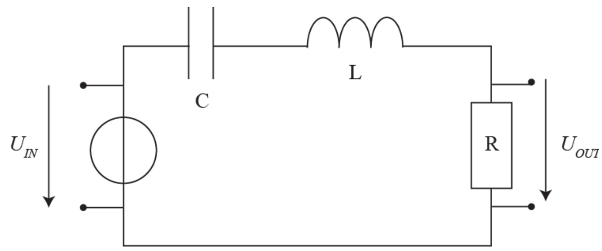
Les diélectriques ont les permittivités suivantes : $\varepsilon_1 = 500\ \mathrm{pF/m}$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_1$. Ces diélectriques offrent également une résistance et ont donc également une conductivité donnée par $\sigma_1 = 2\ \mu\mathrm{S/m}$ et $\sigma_2 = 4\sigma_1$.
Ce condensateur réel est modélisé par un *condensateur idéal en parallèle avec une résistance*.

1) Ce dipôle est modélisé par deux condensateurs réels. Dessinez le schéma équivalent.

2) Calculez les valeurs de capacité C_1 et C_2 des deux condensateurs réels ainsi que les valeurs des résistances R_1 et R_2 des deux condensateurs réels.

3) Simplifiez le modèle pour n'avoir qu'un seul condensateur C_{eq} et une seule résistance R_{eq}. (Calculez les valeurs de C_{eq} et R_{eq}). Dessinez le schéma final.

Exercice 5



Considérez le circuit ci-contre, un filtre passe bande *RLC* série. Le condensateur a une capacité de 1 µF. Nous devons choisir les valeurs de R et de L pour que ce filtre puisse sélectionner les fréquences comprises entre les deux fréquences de coupure de 1 kHz et 10 kHz. Nous avons étudié ce filtre en classe et allons maintenant voir 2 autres méthodes.

1) Exprimez la fonction de transfert de ce filtre $\underline{H}(\omega)$ sous la forme $\underline{H}(\omega) = 1/(a + jb)$ puis l'amplitude en fonction de la fréquence $|\underline{H}(\omega)|$
2) Exprimez la pulsation de résonance ω_0 (rappel : par définition la fonction de transfert est purement réelle à ω_0) en fonction des éléments du circuit.
3) Etant donné que $\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}}$, trouvez la valeur nécessaire de L.
4) $|\underline{H}(\omega)|$ est au maximum à la fréquence ω_0, tel que $|\underline{H}(\omega_0)| = |\underline{H}_{max}| = 1$. Exprimez les pulsations de coupure ω_{c1} et ω_{c2} en fonction des éléments du circuit. Remarquez que lorsque vous effectuez les calculs vous trouvez 4 fréquences, mais seulement 2 ont une signification physique.
5) Exprimez la largeur de bande $\beta = \omega_{c2} - \omega_{c1}$ en fonction de R et L. En déduire la valeur nécessaire de *R*.

<u>Autre méthode et Diagramme de Bode avec système du 2eme ordre (cas sur amorti)</u>

6) Montrez que vous pouvez ré-écrire la fonction de transfert de ce filtre sous la forme

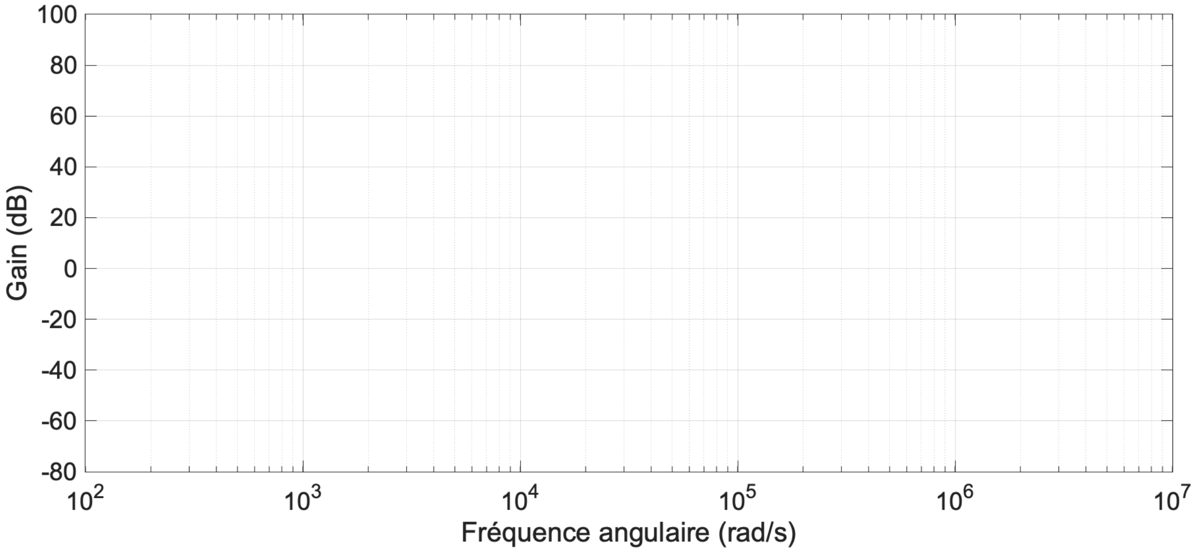
$$\underline{H}(\omega) = \frac{Kj\omega}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}j\omega + \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2}}$$

En déduire la pulsation de résonance ω_0 (qui doit être la même que trouvée en partie 2 !). Puis en déduire ξ, qui est appelé facteur d'amortissement, et K.

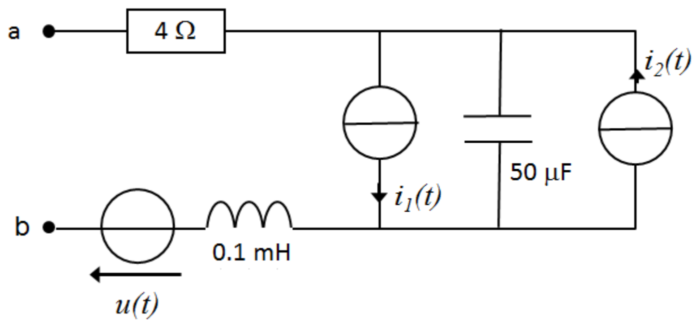
7) Nous sommes dans le cas $\xi > 1$, (système sur-amorti), les racines du module du dénominateur seront telles que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{Kj\omega}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{c1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{c2}}\right)}$$

Tracez le diagramme de Bode du gain en utilisant les valeurs de la partie 1.



Exercice 6



Considérez le circuit ci-dessus. Nous avons $u(t) = 4\cos(20000t + 90°)\ \mathrm{V}$, $i_1(t) = 10\cos(20000t)\ \mathrm{A}$, et $i_2(t) = 6\cos(20000t)\ \mathrm{A}$. Nous cherchons l'équivalent de Norton de ce circuit vu des bornes a et b.

1) Exprimez les impédances des éléments du circuit puis calculez l'impédance interne $\underline{Z}_0$. Exprimez $u(t)$ sous forme phaseur crête.
2) Calculez la tension <u>circuit ouvert</u> entre les bornes a et b (aide : calculez la tension aux bornes du condensateur et remarquez que certains éléments ne sont pas parcouru par du courant). Exprimez la sous forme phaseur crête.
3) En déduire le courant de court-circuit $\underline{I}_{cc}$. Exprimez le sous la forme phaseur crête puis réel instantané ($i_{cc}(t)$). Dessinez l'équivalent de Norton.

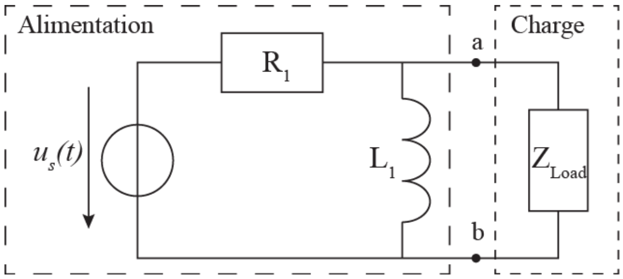
Exercice 7

Quatre charges ponctuelles identiques $-q$ $(q > 0)$ sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté *a*. Une cinquième charge $q_0 > 0$ est maintenue fixe au centre du carré.

1) Dessinez l'agencement de charges et les forces du système.
2) Déterminer la valeur de q_0 en fonction de q pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle. (*Notez qu'étant donné la symétrie du système vous n'avez qu'à considérer qu'un seul cas !*)
3) Quel est le potentiel au centre du carré ?

Exercice 8

Considérez le circuit ci-dessous composé d'un circuit d'alimentation et d'une charge d'impédance $\underline{Z}_{Load}$. Nous avons $u_s(t) = 10\sqrt{2}\cos(4 \cdot 10^6 t)$ V et $\underline{Z}_{Load} = R_{load} + jX_{Load} = 5 \cdot 10^3 - j5 \cdot 10^3$.

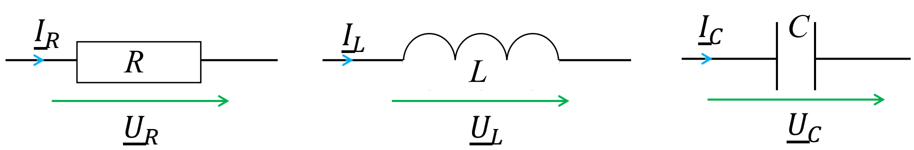


1) Quel est le phaseur efficace $\underline{U}_s$ de la source de tension ?
2) Sachant que la charge n'a que deux éléments, quels sont-ils (résistance, bobine ou condensateur) et quelles sont leurs valeurs (R, C, L ?)
3) Exprimer l'impédance interne du circuit d'alimentation vu des bornes a et b sous la forme $\underline{Z}_i = R_i + jX_i$, en fonction de R_1 et de L_1.
4) Exprimer le phaseur efficace tension circuit ouvert du circuit d'alimentation, $\underline{U}_0$, en fonction de R_1, L_1et $\underline{U}_s$.
5) Redessinez le circuit total avec seulement $\underline{U}_0$, $\underline{Z}_i$ et $\underline{Z}_{Load}$. Puis exprimez la tension $\underline{U}_{Load}$ et le courant $\underline{I}_{Load}$ de la charge en fonction de $\underline{U}_0$, $\underline{Z}_i$ et $\underline{Z}_{Load}$.
6) Montrez que la puissance complexe de la charge donnée par $\underline{S}_L = \underline{U}_{Load}\underline{I}^*_{Load}$ est

$$\underline{S}_L = \frac{\left|\underline{U}_0\right|^2}{(R_{Load} + R_i)^2 + (X_{Load} + X_i)^2}(R_{Load} + jX_{Load}) \equiv P + jQ$$

7) Le transfert de puissance maximum se fait lorsque la puissance active P est maximisée. Il est facile de prouver que cela est le cas quand $\underline{Z}_{Load} = \underline{Z}_i^*$ Quelles doivent être les valeurs de R_1 et L_1 pour satisfaire le transfert de puissance maximum ?
8) Exprimez la puissance active P de la charge dans le cas de transfert maximum.

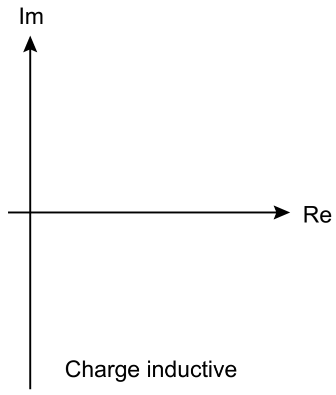
Exercice 9

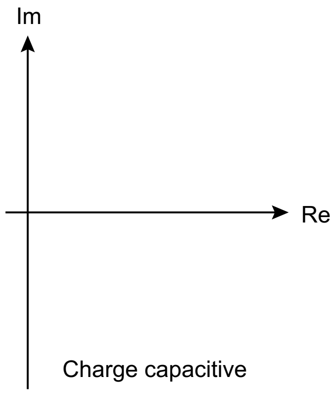


1) Rappeler la relation entre puissance complexe, courant efficace et impédance. Même question mais avec tension efficace.
2) Pour les trois cas ci-dessus, exprimer la puissance complexe, la puissance active et la puissance réactive en fonction du courant efficace puis de la tension efficace.

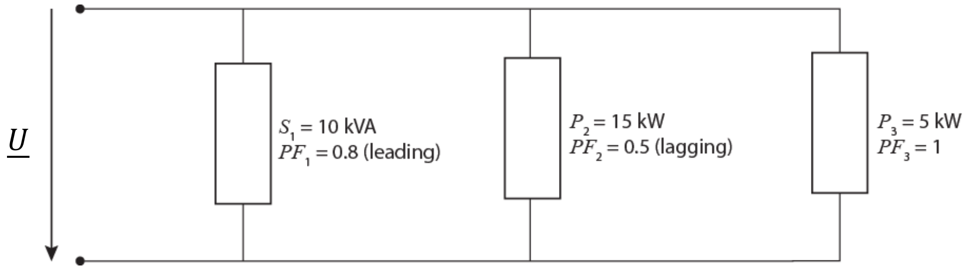
Exercice 10

1) Dans les plans complexes suivants, illustrer les puissances actives, réactives et apparentes pour une charge inductive et une charge capacitive. Indiquer le déphasage. Une charge inductive induit-elle un FP en retard ou en avance ?





Considérer le circuit ci-dessous avec |U|= 440 V.



2) Pour chacune des trois charges, calculer le déphasage ϕ. Faire attention au signe.

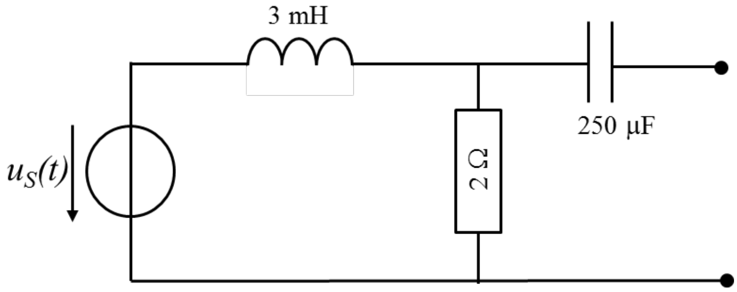
3) Calculer les puissances complexes $\underline{S_1}, \underline{S_2}, et\ \underline{S_3}$ de chaque charge (rappel $\underline{S} = P + jQ = S\exp(j\phi)$) et exprimer les sous forme algébrique.

4) La puissance complexe totale du circuit est la somme des trois puissances. Quelle est la puissance complexe totale $\underline{S}_{tot}$?

5) Le circuit ci-dessous est équivalent à un circuit à une seule charge de puissance complexe $\underline{S}_{tot}$. Montrer que le FP de cette charge équivalente est de 0.81 (en retard, *lagging*).

Exercice 10

Le circuit suivant alimente une charge. Nous voulons savoir quelle serait la valeur de la tension aux bornes de cette charge. Nous avons $u_s(t) = 2\cos(300t + 10°)$ V.



1) Quel est le phaseur crête de la source de tension $\underline{\hat{U}}$? Quelle sont les impédances $\underline{Z}_L, \underline{Z}_C, \underline{Z}_R$ des trois éléments du circuit (valeur numérique)?

2) Nous allons remplacer le circuit par son équivalent de Thévenin. Calculer l'impédance interne sous forme algébrique et exponentielle.

3) Calculer le phaseur crête de la tension circuit ouvert et dessiner l'équivalent de Thévenin.